

BELGILANGAN DARS JADVALIDA O'QUV XONALARINI TAQSIMLASH USULLARINING QIYOSIY TAHLILI

M.T. To'xtasinov

*Raqamli texnologiyalar kafedrası
Namangan davlat texnika universiteti*

I.J. Husainov

*Biznes boshqaruvi kafedrası
Turan International University*

Annotatsiya: Maqolada dars vaqtlari oldindan belgilangan jadvalda o'quv xonalarini taqsimlashning ikki yondashuvi taqqoslanadi: xonalarni mashg'ulotlarga birma-bir, ketma-ket tanlash hamda bir vaqt oralig'idagi barcha mashg'ulotlarga birgalikda taqsimlash. Xonaning mosligi uning sig'imi, turi va kafedraga mansubligi bo'yicha baholanadi. Xonaning bo'shligi, sig'imining yetarliligi va zarur jihozlarning mavjudligi barcha usullar uchun majburiy shart sifatida belgilandi. Barcha mashg'ulotlarni joylashtirish imkoniyati kafolatlangan 15 ta namuna test misolida aniq usul 480 ta mashg'ulotning barchasiga xona ajratdi. Ochko'z usulda mashg'ulotlar identifikator (ID) tartibida ko'rib chiqilganda 451 ta, katta guruhlariga ustuvorlik berilganda esa 465 ta mashg'ulotga xona ajratildi, ya'ni mashg'ulotlarning 3,1–6,0 foizi xonasiz qoldi.

Аннотация: В статье сравниваются два подхода к распределению аудиторий при заранее заданном времени занятий: последовательный выбор аудитории для каждого занятия и совместное назначение аудиторий всем занятиям одного временного интервала. Пригодность аудитории оценивается по её вместимости, типу и принадлежности к кафедре. Доступность аудитории, достаточная вместимость и наличие необходимого оборудования являются обязательными условиями для всех методов. На 15 синтетических тестовых примерах, в которых полное распределение заведомо возможно, точный метод назначил аудитории всем 480 занятиям. Жадный метод назначил аудитории 451 занятию при просмотре занятий в порядке идентификаторов и 465 занятиям при приоритете больших групп, т. е. 3,1–6,0 % занятий остались без аудитории.

Применимость полученных выводов к реальным университетским расписаниям требует отдельной проверки.

Abstract: The paper compares two approaches to classroom assignment when lesson times are fixed in advance: sequential room selection for each lesson and joint assignment of rooms to all lessons in a time slot. Room suitability is scored by capacity, room type and department. Room availability, sufficient capacity and required equipment are mandatory conditions for all methods. In 15 synthetic test instances constructed so that complete assignment is possible, the exact method assigned rooms to all 480 lessons. The greedy method assigned rooms to 451 lessons when lessons were processed in ID order and to 465 when larger groups were given priority, leaving 3.1–6.0% of lessons without a room. These findings need to be verified on real university timetables.

Kalit so‘zlar: dars jadvali, o‘quv xonasi, moslik balli, ochko‘z usul, chiziqli taqsimlash masalasi, qattiq cheklovlar.

Ключевые слова: расписание занятий, аудитория, оценка пригодности, жадный алгоритм, задача о назначениях, жёсткие ограничения.

Keywords: timetabling, classroom assignment, suitability score, greedy algorithm, linear assignment problem, hard constraints.

Kirish. Dars jadvalini tuzishda o‘qituvchilar, talabalar guruhlar va o‘quv xonalarining vaqt bo‘yicha bandligini o‘zaro muvofiqlashtirish talab etiladi [1–4]. To‘xtasinov va Sadritdinovning ishlarida dars jadvalini umumiy shakllantirish masalasi genetik algoritmi asosida o‘rganilgan [5, 6]. O‘quv xonasini tanlash modelida esa xonaning sig‘imi, turi va kafedraga mansubligi bo‘yicha moslik mezonlari taklif etilib, har bir mashg‘ulot uchun eng mos xona alohida tanlanadi [7, 8]. Bir vaqtda o‘tiladigan bir nechta mashg‘ulot bir xil xonaga da‘vogar bo‘lganda bunday tanlash natijasi mashg‘ulotlarni ko‘rib chiqish tartibiga bog‘liq bo‘lib qoladi. Mazkur tadqiqotda dars vaqtlari o‘zgarmas deb olinib, bir vaqtda o‘tiladigan mashg‘ulotlarga mos xonalarni taqsimlash masalasi ko‘rib chiqiladi. Ishning maqsadi — bir xil cheklovlar va baholash mezonlari asosida xonalarni ketma-ket tanlash hamda ularni birgalikda aniq taqsimlash usullarini taqqoslashdan iborat.

1. Masalaning qo'yilishi va moslik modeli

Har bir τ vaqt oralig'i uchun L_τ mashg'ulotlar to'plami va R xonalar to'plami berilgan. Har bir mashg'ulot uchun talabalar soni s_l , mashg'ulot turi t_l , kafedrası k_l va zarur jihozlar to'plami E_l ma'lum. Har bir xona sig'imi S_r , turi T_r , kafedrası K_r , mavjud jihozlar to'plami E_r hamda qaralayotgan vaqtda bo'shligini bildiruvchi $a_{r\tau}$ ko'rsatkichi bilan tavsiflanadi. O'qituvchi, guruh va mashg'ulot vaqti o'zgartirilmaydi.

Mashg'ulotga xona faqat quyidagi shartlarning barchasi bajarilganda ajratilishi mumkin:

$$e_{lr\tau} = 1 \Leftrightarrow a_{r\tau} = 1 \wedge S_r \geq s_l \wedge E_l \subseteq E_r \quad (1)$$

Xona tanlashda avval uning bo'shligi, sig'imi va jihozlarning mashg'ulot talablariga mosligi tekshiriladi, shundan so'ng moslik balli hisoblanadi. (1) shartlarni qanoatlantiradigan mashg'ulot–xona juftliklari ruxsat etilgan, qolganlari esa taqiqlangan deb hisoblanadi. Xonaning tegishli vaqtda bo'shligi avvalgi algoritmda ham hisobga olingan [7]; ushbu ishda bu shart har bir juftlik uchun oldindan tekshiriladi. Zarur jihozlar talabi avvalgi modelda ko'zda tutilmagan, ushbu ishda u qo'shimcha majburiy shart sifatida kiritildi. Xona turi esa majburiy cheklov sifatida olinmadi: zarur jihozlar mavjud bo'lsa, xona turi mashg'ulot turidan farq qilishi mumkin, bunday nomuvofiqlik moslik ballida hisobga olinadi.

Ruxsat etilgan juftliklar uchun avvalgi modeldagi baholash mezonlari va vazn koeffitsiyentlari o'zgarishsiz saqlandi [7, 8]:

$$C_{lr} = 100 - \frac{100|S_r - s_l|}{S_r} = \frac{100s_l}{S_r}, \quad S_r \geq s_l \quad (2)$$

$$M_{lr} = w_1 C_{lr} + w_2 T_{lr} + w_3 K_{lr} \quad (3)$$

T_{lr} ko'rsatkichi xona turi mashg'ulot turiga mos kelsa 100 ballga teng; amaliy va laboratoriya mashg'ulotlari uchun bu ikki xona turi o'zaro almashtirilganda 80 ball, qolgan hollarda 20 ball beriladi. K_{lr} ko'rsatkichi mashg'ulot va xona bir kafedraga tegishli bo'lsa 100 ballga, aks holda 20 ballga teng. Vazn koeffitsiyentlari (w_1, w_2, w_3) ma'ruza va seminar mashg'ulotlari uchun (0,4; 0,4; 0,2), amaliy va

laboratoriya mashg'ulotlari uchun esa (0,2; 0,6; 0,2) qilib belgilangan. (2) formulada avvalgi sig'im mezoni saqlangan: $S_r \geq s_l$ shartida uning ikkinchi ko'rinishi avvalgi ifoda bilan bir xil qiymat beradi.

2. Ketma-ket va aniq taqsimlash usullari

Ochko'z (greedy) usulda mashg'ulotlar belgilangan tartibda birma-bir ko'rib chiqiladi. Har bir mashg'ulotga ruxsat etilgan va hali band qilinmagan xonalar orasidan M_{lr} moslik balli eng yuqori bo'lgan xona ajratiladi; ballar teng bo'lsa, identifikatori (ID) kichikroq xona tanlanadi. Mos xona qolmagan mashg'ulot joylashtirilmagan deb qayd etiladi. Bu usul [7] da taklif etilgan algoritmgga mos keladi, biroq unda mashg'ulotlarni ko'rib chiqish tartibi belgilanmagan. Shu sababli uchta tartib tekshirildi: mashg'ulot ID si bo'yicha, talabalar soni kamayib borishi bo'yicha va tasodifiy tartib. Talabalar soni bo'yicha tartibda soni teng bo'lgan mashg'ulotlardan ID si kichikrog'i avval ko'rib chiqiladi.

Aniq usulda bir vaqt oralig'idagi barcha mashg'ulotlarga xonalar birgalikda taqsimlanadi. $y_{lr} \in \{0,1\}$ o'zgaruvchi mashg'ulotga xona biriktirilsa 1 ga, aks holda 0 ga teng. Masala ikki bosqichda yechiladi: avval joylashtirilgan mashg'ulotlar soni N ning eng katta qiymati topiladi, so'ng shu qiymat saqlangan holda jami moslik balli Z maksimallashtiriladi:

$$N = \sum_{l \in L_\tau} \sum_{r \in R} y_{lr} \rightarrow \max; \quad Z = \sum_{l \in L_\tau} \sum_{r \in R} M_{lr} y_{lr} \rightarrow \max \quad (4)$$

$$\sum_{r \in R} y_{lr} \leq 1; \quad \sum_{l \in L_\tau} y_{lr} \leq 1; \quad y_{lr} \leq e_{lr\tau}; \quad y_{lr} \in \{0,1\} \quad (5)$$

Masala klassik chiziqli taqsimlash masalasi ko'rinishiga keltirilib yechiladi [9–12]. n ta mashg'ulotdan iborat matritsaga n ta shartli (fektiv) xona ustuni qo'shildi; shartli xonaning tanlanishi mashg'ulotga haqiqiy xona ajratilmaganini bildiradi. Ruxsat etilgan juftlik qiymati $-M_{lr}$, shartli xona qiymati $P = 100n + 1$, taqiqlangan juftlik qiymati esa $Q = (n + 1)P + 100n + 1$ qilib olindi va bu qiymatlar yig'indisi minimallashtirildi. $M_{lr} \leq 100$ bo'lgani uchun P qiymati avvalo joylashtirilgan mashg'ulotlar sonini oshirishni, so'ngra moslik ballini hisobga olishni ta'minlaydi. Q qiymati esa taqiqlangan juftlik tanlanishining oldini oladi.

Hisoblashlar SciPy kutubxonasining `linear_sum_assignment` funksiyasi yordamida bajarildi [13, 14]. Bu funksiyada Jonker–Volgenant algoritmining o'zgartirilgan varianti qo'llanadi [11, 12, 14]. Olingan yechim faqat qaralayotgan vaqt oralig'i doirasida va (4) dagi maqsadlar ketma-ketligi bo'yicha optimal hisoblanadi. Aniq usul joylashtirilgan mashg'ulotlar sonini maksimallashtirgani uchun bu ko'rsatkich bo'yicha uning natijasi ochko'z usulnikidan hech qachon past bo'lmaydi. Shu bois tajribaning maqsadi ochko'z usulda yuzaga keladigan yo'qotishlarning qanchalik tez-tez uchrashi va kattaligini baholashdan iborat. Xonalarning umumiy soni yetarli bo'lishi barcha mashg'ulotlarga xona ajratish uchun kifoya qilmaydi: Hall teoremasiga ko'ra, barcha mashg'ulotlarni joylashtirish imkoniyati mashg'ulotlarning har qanday to'plamiga mos keladigan xonalar soni shu to'plamdagi mashg'ulotlar sonidan kam bo'lmagandagina mavjud bo'ladi [15].

3. Hisoblash tajribasi

Hisoblash tajribasi uchun tasodifiy sonlar generatorining 100–114 boshlang'ich qiymatlari (seed) yordamida 15 ta sun'iy test misoli yaratildi; haqiqiy universitet jadvalidan foydalanilmadi. Har bir test misoli umumiy xona fondiga tayanadigan to'rtta vaqt oralig'idan iborat. Bir vaqt oralig'idagi mashg'ulotlar soni 4, 8 yoki 12 ta qilib olindi. Har bir o'lcham uchun beshtadan test misoli yaratildi va ularda xonalar soni mashg'ulotlar sonidan mos ravishda 0, 2, 2, 4 va 4 taga ko'p qilib belgilandi. Jami 60 ta vaqt oralig'i va 480 ta mashg'ulot tekshirildi, barcha test misollaridagi xonalar soni esa 156 tani tashkil etdi.

Xonalar sig'imi 20–100 oralig'idagi to'qqizta qiymatdan tanlandi. Har bir vaqt oralig'ida mashg'ulot yaratishda avval unga alohida xona biriktirildi va u tayanch xona deb ataldi. Mashg'ulotdagi talabalar soni tayanch xona sig'imining 40–100 foizi oralig'ida, zarur jihozlar esa shu xonadagi mavjud jihozlar orasidan tanlandi. Bu usul har bir vaqt oralig'idagi barcha mashg'ulotlarga xona ajratish imkoniyatini kafolatlaydi. Tayanch bo'lmagan xonalarning tegishli vaqtda bo'sh bo'lish ehtimoli 0,85 ga teng qilib olindi, identifikatorlar esa tasodifiy tartibda aralashtirildi.

Har bir test misolida aniq usul, ID tartibi va talabalar soni bo'yicha tartib bir martadan, tasodifiy tartib esa generatorning 0–9 boshlang'ich qiymatlari bilan o'n

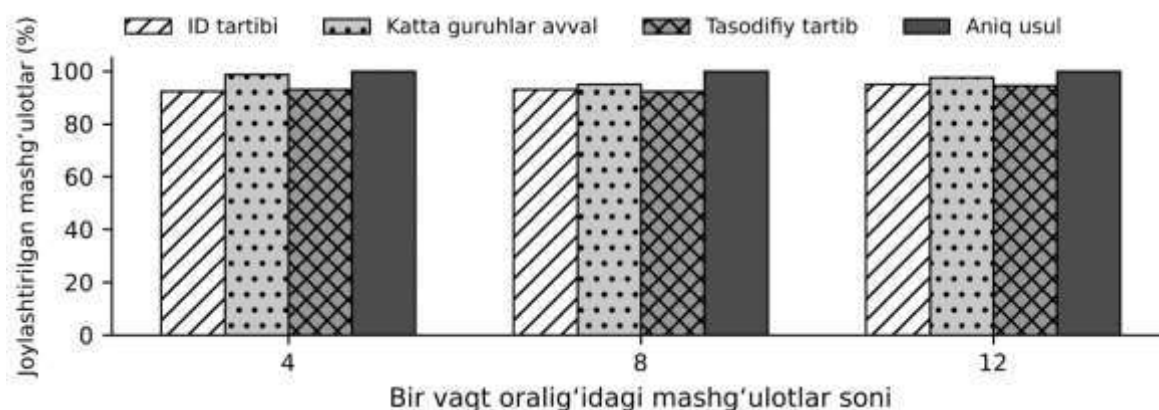
martadan ishga tushirildi; jami 195 ta hisoblash bajarildi. Bir test misolidagi to‘rtta vaqt oralig‘i umumiy xona fondiga tayangani sababli ular o‘zaro bog‘liq, shu bois mustaqil kuzatuvlar soni 15 ta deb olindi. Hisoblash vaqtini o‘lchashdan oldin dastur bir marta sinov tariqasida ishga tushirildi, so‘ng keyingi 20 ta takrorning bajarilish vaqti o‘lchanib, ularning medianasi olindi. O‘lchovga mos xonalarni aniqlash va qiymatlar matritsasini tayyorlash vaqti kiritildi, faylni o‘qish va tasodifiy tartibni hosil qilish vaqti esa kiritilmadi.

Dasturning to‘g‘ri ishlashi beshta kichik misolda barcha mumkin bo‘lgan taqsimotlarni to‘liq tekshirish orqali tasdiqlandi. Sig‘im, xonaning bo‘shligi va zarur jihozlarga oid shartlarning bajarilishi ham alohida tekshirildi. Asosiy ko‘rsatkichlar CSV fayllariga yozilgan dastlabki natijalar asosida hisoblandi. 1-jadvalda xona ajratilgan mashg‘ulotlar ulushi keltirilgan; tasodifiy tartib uchun o‘nta takrorning o‘rtacha qiymati berilgan.

1-jadval. Xona ajratilgan mashg‘ulotlar ulushi

Usul	4 mashg‘ulot (80 ta), %	8 mashg‘ulot (160 ta), %	12 mashg‘ulot (240 ta), %	Jami (480 ta), %
ID tartibi	92,50	93,13	95,00	93,96
Katta guruhlar avval	98,75	95,00	97,50	96,88
Tasodifiy tartib	93,13	92,50	94,54	93,63
Aniq usul	100,00	100,00	100,00	100,00

Aniq usul barcha 480 ta mashg‘ulotga xona ajratdi. Mashg‘ulotlar ID bo‘yicha ko‘rib chiqilganda 451 ta, katta guruhlariga ustuvorlik berilganda esa 465 ta mashg‘ulot joylashtirildi; tasodifiy tartibda bu ko‘rsatkich o‘rtacha 449,4 ga teng bo‘ldi. Shunday qilib, aniq usulda xona ajratilgan mashg‘ulotlar ulushi ID tartibidagiga nisbatan 6,04 foiz bandiga, talabalar soni bo‘yicha tartibdagiga nisbatan esa 3,13 foiz bandiga yuqori bo‘ldi. Barcha hisoblashlarda majburiy shartlarga rioya qilindi: taqiqlangan juftliklar tanlanmadi va hech bir xona bir vaqtda ikkita mashg‘ulotga ajratilmadi.



1-rasm. Xona ajratilgan mashg'ulotlar ulushining bir vaqt oralig'idagi mashg'ulotlar soniga bog'liqligi

4. Natijalar tahlili va amaliy misol

ID tartibi qo'llanganda 15 ta test misolining 13 tasida kamida bitta mashg'ulot xonasiz qoldi, katta guruhlariga ustuvorlik berilganda esa bunday misollar soni 9 ta bo'ldi. Moslik ballari faqat ikkala usul ham barcha mashg'ulotlarga xona ajratgan test misollarida taqqoslandi. ID tartibida bunday misollar ikkita bo'lib, ularda aniq usulning jami moslik balli 58,77 va 79,07 ballga yuqori chiqdi. Talabalar soni bo'yicha tartibda taqqoslash uchun oltita misol mavjud bo'lib, ularda aniq usulning ustunligi o'rtacha 37,74 ballni (standart og'ish 59,47 ball), nisbiy ustunlik esa o'rtacha 2,13 foizni tashkil etdi. Ulardan ikkitasida jami moslik ballari teng chiqdi.

Tasodifiy tartibda 15 ta test misolining har biri o'n martadan hisoblandi. Shu 150 ta hisoblashning 18 tasida barcha mashg'ulotlarga xona ajratildi. Bu hisoblashlar beshta test misoliga tegishli bo'lgani uchun ularni 18 ta mustaqil kuzatuv deb hisoblab bo'lmaydi. Barcha mashg'ulotlar joylashtirilgan hisoblashlarda aniq usulning jami moslik balli ochko'z usulnikidan kam bo'lmadi, bu esa (4) dagi maqsadlar ketma-ketligidan kelib chiqadi. Barcha hisoblashlar bo'yicha o'rtacha moslik ballarini bevosita taqqoslash noto'g'ri xulosaga olib kelishi mumkin: ochko'z usul mos xona topish qiyin bo'lgan mashg'ulotlarni joylashtirmasa, faqat joylashtirilgan mashg'ulotlar bo'yicha hisoblangan o'rtacha ball sun'iy ravishda yuqori chiqadi.

Ketma-ket tanlashda ayrim mashg'ulotlar xonasiz qolishini I102 test misolidagi Mon_P1 vaqt oralig'i orqali ko'rib chiqamiz. L002, L004, L008 va L010 mashg'ulotlaridagi talabalar soni mos ravishda 8, 38, 87 va 19 ta. L002 va L004

mashg'ulotlari uchun proyektor, L008 uchun esa kompyuter zarur. Ruxsat etilgan mashg'ulot-xona juftliklarining moslik ballari 2-jadvalda keltirilgan; chiziqli (-) bilan belgilangan juftliklarga xona ajratish taqiqlangan.

2-jadval. Tanlangan misoldagi moslik ballari

Mashg'ulot	R01	R02	R03	R04	R05	R06
L002	—	50,4	—	28,0	40,8	—
L004	—	74,4	—	—	—	—
L008	46,8	—	—	—	—	—
L010	35,6	75,2	47,0	66,0	42,4	69,5

ID tartibida avval L002 mashg'ulotiga R02 xonasi ajratiladi. L004 uchun faqat R02 mos bo'lgani sababli u xonasiz qoladi. L008 → R01 va L010 → R06 taqsimotlari bilan jami uchta mashg'ulot joylashtiriladi, umumiy moslik balli esa 166,7 ga teng bo'ladi. Aniq usulda L002 → R05, L004 → R02, L008 → R01 va L010 → R06 taqsimoti olinadi: to'rtta mashg'ulotning barchasiga xona ajratiladi va umumiy moslik balli 231,5 ga yetadi. Masalan, L004 uchun 50 o'rinli R02 xonasining sig'im bo'yicha bahosi 76, tur bo'yicha bahosi 100, kafedra bo'yicha bahosi esa 20 ga teng. Uning umumiy moslik balli quyidagicha hisoblanadi: $M = 0,4 \times 76 + 0,4 \times 100 + 0,2 \times 20 = 74,4$.

Ushbu misol har birida 4 ta mashg'ulot bo'lgan vaqt oraliqlari orasidan tanlandi: avval ID tartibi bilan aniq usul o'rtasida joylashtirilgan mashg'ulotlar soni bo'yicha farq, so'ng jami ball bo'yicha farq eng katta bo'lgan oraliq olindi. Shu bois uni barcha test misollariga xos deb bo'lmaydi. Unda avvalgi mashg'ulotga ajratilgan xona keyingi mashg'ulotga mos keladigan yagona xona bo'lib chiqqan.

Har bir test misolidagi to'rtta vaqt oralig'ini hisoblash vaqti mediana bo'yicha aniq usulda 2,62 ms, ID tartibida 0,94 ms, talabalar soni bo'yicha tartibda esa 0,95 ms ni tashkil etdi. Hisoblashlar Windows 11 operatsion tizimi o'rnatilgan, Intel64 Family 6 Model 183 protsessorli kompyuterda bajarildi. Vaqt ko'rsatkichlari dastur qayta ishga tushirilganda o'zgarib turgani sababli ular hisoblash tezligining taxminiy tavsifi sifatida keltirildi; vaqtni o'lchash uchun bajarilgan takrorlar mustaqil kuzatuv sifatida olinmadi.

Xulosa. Hisoblash tajribasi barcha mashg'ulotlarni joylashtirish imkoniyati mavjud bo'lgan holatlarda ham xonalarni ketma-ket tanlash ayrim mashg'ulotlarning xonasiz qolishiga olib kelishini ko'rsatdi. Aniq usul barcha 480 ta mashg'ulotga xona ajratgan bo'lsa, ID tartibida 29 ta, katta guruhlariga ustuvorlik berilganda esa 15 ta mashg'ulot joylashtirilmay qoldi. Ikkala usul ham barcha mashg'ulotlarga xona ajratgan misollarda aniq usulning jami moslik balli ochko'z usulnikidan kam bo'lmadi.

Olingan natijalarning qo'llanish doirasi cheklangan. Ular 15 ta sun'iy test misoli, bitta vaznlar tizimi va o'zgarmas dars vaqtlariga tegishli; sun'iy ma'lumotlarning haqiqiy universitet sharoitiga qanchalik mosligi, farqlarning statistik ahamiyati hamda boshqa vaqt oraliqlaridagi farqlarning sabablari alohida tekshirilmagan. Bundan tashqari, masala har bir vaqt oralig'i uchun alohida yechilgani sababli bir kurs mashg'ulotlarining hafta davomida bir xonada o'tishi kabi talablar hisobga olinmagan; bunday talablar qo'shilganda xonalarni taqsimlash masalasining murakkabligi ortadi [16]. Keyingi bosqichda modelni haqiqiy universitetning xona fondi, dars jadvali va jihoz talablari asosida sinab ko'rish rejalashtirilmoqda.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Burke E.K., Petrovic S. Recent research directions in automated timetabling // European Journal of Operational Research. 2002. Vol. 140, No. 2. P. 266–280. DOI: 10.1016/S0377-2217(02)00069-3.
2. Schaerf A. A survey of automated timetabling // Artificial Intelligence Review. 1999. Vol. 13, No. 2. P. 87–127. DOI: 10.1023/A:1006576209967.
3. Lewis R. A survey of metaheuristic-based techniques for University Timetabling problems // OR Spectrum. 2008. Vol. 30, No. 1. P. 167–190. DOI: 10.1007/s00291-007-0097-0.
4. de Werra D. An introduction to timetabling // European Journal of Operational Research. 1985. Vol. 19, No. 2. P. 151–162. DOI: 10.1016/0377-2217(85)90167-5.
5. To'xtasinov M.T., Sadritdinov N.X. Oliy ta'limda dars jadvalini avtomatlashtirilgan holda tuzish usullari va algoritmlari // Ilm, tadqiqot va taraqqiyot. 2025. 6(14). B. 138–142.

6. To‘xtasinov M.T., Sadritdinov N.X. Oliy ta’lim tizimida dars jadvalini avtomatik tuzishni modellashtirish // Raqamli transformatsiya jarayonlarida modellashtirishning roli va istiqbollari: xalqaro konferensiya materiallari. Namangan: NamDTU, 4–5 dekabr 2025. B. 40–45.
7. To‘xtasinov M.T. Oliy ta’lim tizimida dars jadvalini avtomatik tuzishda o‘quv xonalarini tanlash modeli va algirtmlari // Ilm, tadqiqot va taraqqiyot. 2025. 6(14). B. 258–262.
8. To‘xtasinov M.T. Dars jadvalini tuzishda o‘quv mashg‘ulotiga mos xonani tanlashning matematik modeli // Raqamli transformatsiya jarayonlarida modellashtirishning roli va istiqbollari: xalqaro konferensiya materiallari. Namangan: NamDTU, 4–5 dekabr 2025. B. 37–40.
9. Kuhn H.W. The Hungarian method for the assignment problem // Naval Research Logistics Quarterly. 1955. Vol. 2, No. 1–2. P. 83–97. DOI: 10.1002/nav.3800020109.
10. Munkres J. Algorithms for the assignment and transportation problems // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. 1957. Vol. 5, No. 1. P. 32–38. DOI: 10.1137/0105003.
11. Jonker R., Volgenant A. A shortest augmenting path algorithm for dense and sparse linear assignment problems // Computing. 1987. Vol. 38. P. 325–340. DOI: 10.1007/BF02278710.
12. Crouse D.F. On implementing 2D rectangular assignment algorithms // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2016. Vol. 52, No. 4. P. 1679–1696. DOI: 10.1109/TAES.2016.140952.
13. Virtanen P. et al. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python // Nature Methods. 2020. Vol. 17, No. 3. P. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.
14. SciPy community. scipy.optimize.linear_sum_assignment // SciPy v1.18.0 Manual. URL: https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.linear_sum_assignment.html (murojaat sanasi: 05.10.2026).

15. Hall P. On Representatives of Subsets // Journal of the London Mathematical Society. 1935. Vol. s1-10, No. 1. P. 26–30. DOI: 10.1112/jlms/s1-10.37.26.
16. Carter M.W., Tovey C.A. When is the classroom assignment problem hard? // Operations Research. 1992. Vol. 40, Suppl. 1. P. S28–S39. DOI: 10.1287/opre.40.1.S28.

